

KACPER WĄSIAK

STALNAKERA TEORIA ZDAŃ WARUNKOWYCH

Zdania warunkowe języka naturalnego stanowią współcześnie obiekt zainteresowania zarówno filozofów analitycznych, jak i logików. Sam problem nie jest jednak nowy. Jego waga została doceniona już przez starożytnych Greków, a w szczególności przez stoików. Gwałtowny rozwój dwudziestowiecznej logiki umożliwił jednak udzielenie bardziej subtelnych i wyrafinowanych odpowiedzi na pytanie o znaczenie tego typu zdań. Autorem jednej z takich odpowiedzi, uznanych dziś za fundamentalne, jest Robert Stalnaker, którego system logiczny **C2** – a dokładniej rzecz biorąc, jego formalna analiza – stanowi główny przedmiot niniejszego artykułu.

WPROWADZENIE

Zdań warunkowych używamy stale w naszym codziennym życiu. Wyrażamy w nich m.in. nasze poglądy na przeszłość, przewidywania dotyczące przyszłości, postawy, przekonania, a nawet lęki i marzenia. Pełnią one także istotną rolę w nauce. Wydaje się bowiem, że spora część naszej wiedzy jest formułowana właśnie za ich pomocą. Poniżej podano kilka przykładów tego typu zdań:

- jeśli nie zrobiła tego Anna, to musiała to być sprawka Basi;
- o ile padało, to nie padało mocno;
- jeśli kangury nie miałyby ogonów, przewracałyby się;
- gdyby temperatura w czajniku wzrosła do 100°C, woda zaczęłaby wrzeć.

KACPER WĄSIAK, Instytut Filozofii, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu; adres do korespondencji: ul. Mickiewicza 103/18, 87-100 Toruń, e-mail: kacper.wasiak@vp.pl, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9532-7193>

Artykuły w czasopiśmie dostępne są na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – Użycie niekomercyjne – Bez utworów zależnych 4.0 Międzynarodowe (CC BY-NC-ND 4.0)

Jak widzimy, zdania warunkowe są wyrażeniami złożonymi, które przyjmują najczęściej jedną z poniższych form:

jeśli A, to B,
gdyby A, to B,
o ile A, to B,

(symbolicznie: $A > B$; litery A i B reprezentują zdania w sensie logicznym, gdzie A nazywamy *poprzednikiem*, a B – *następnikiem* zdania warunkowego). W zdaniu warunkowym chodzi przede wszystkim o to, aby wyrazić, że z jego poprzednika *wynika* w sensie ogólnym jego następnik. Chcemy przez to powiedzieć, że w mowie potocznej zdanie warunkowe ‘Jeśli A , to B ’ jest zazwyczaj używane w taki sposób, iż jest równoważne zdaniu ‘ B jest wnioskiem z A (i ewentualnie innych, „ukrytych” przesłanek)’.

W literaturze przedmiotu okresy warunkowe dzieli się na dwa główne rodzaje. Do zobrazowania zachodzącej między nimi różnicy Ernest ADAMS (1970) posługuje się parą następujących zdań:

- (1) jeśli Oswald nie zabił Kennedy’ego, to zrobił to ktoś inny;
- (2) gdyby Oswald nie zabił Kennedy’ego, to zrobiłby to ktoś inny.

Pierwsze zdanie reprezentuje grupę tzw. oznajmujących (lub orzekających) okresów warunkowych (ang. *indicative conditionals*), drugie zaś – kontrfaktycznych okresów warunkowych (ang. *counterfactual conditionals*). Adams zaobserwował, że zdania w każdej takiej parze (złożonej z warunkowego zdania orzekającego oraz odpowiadającego mu warunkowego zdania kontrfaktycznego) mogą różnić się wartością logiczną. W podanym przykładzie (1) jest z pewnością prawdziwe: wiemy, że Kennedy został zamordowany, zatem jeśli jego oprawcą nie był Oswald (który jest w tej sprawie głównym podejrzanym), to był nim ktoś inny. Tymczasem (2) jest najprawdopodobniej fałszywe: implikuje bowiem, że Kennedy w pewnym sensie *musiał* zostać zamordowany, tzn. że ciążyło nad nim jakieś fatum. Wydaje się to bardzo wątpliwe.

Powyższe rozważania skłaniają do postawienia następującego pytania: czy wspomniane dwa rodzaje zdań wymagają przeprowadzenia osobnej analizy? Stalnaker, którego systemem zajmujemy się już w drugiej części pracy, odpowiedział na to pytanie negatywnie. W jego mniemaniu „zbiorcze” ujęcie obu rodzajów zdań istotnie jest możliwe. Większość teoretyków utrzymuje jednak w tej sprawie pogląd przeciwny (np. ADAMS 1970; LEWIS 1973a; MACKIE 1973).

Istnieje niemal¹ powszechna zgoda co do tego, że zdania warunkowe języka naturalnego nie są adekwatnie wyrażane ani przez odpowiadające im implikacje materialne, ani przez ścisłe implikacje Lewisa². Skupmy się najpierw na tej pierwszej. Gdyby było:

$$A > B \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } A \supset B,$$

to każde zdanie warunkowe z fałszywym poprzednikiem lub prawdziwym następnikiem byłoby prawdziwe. Na przykład, ze względu na fałszywość swojego poprzednika, prawdziwe byłoby zdanie:

(3) jeśli Kopernik miał syna, to Kopernik nie był ojcem.

Tymczasem jest ono nie tylko fałszywe, ale nawet analitycznie fałszywe: ktoś, kto jest mężczyzną i ma syna, z definicji jest ojcem.

Podobnie, gdybyśmy wiedzieli, że dana funkcja f jest nieparzysta, to na mocy prawdziwości swojego następnika prawdziwe byłoby zdanie:

(4) jeśli funkcja f nie jest parzysta, to funkcja f jest nieparzysta.

W rzeczywistości natomiast jest ono fałszywe, ponieważ głosi, że każda funkcja musi być albo parzysta, albo nieparzysta. Tak jednak nie jest.

Zauważono ponadto, że podejście utożsamiające implikację materialną ze zdaniem warunkowym nie odpowiada naszym intuicjom w przypadku przewidywań dotyczących przyszłości. W celu zobrazowania tej myśli, posłużymy się przykładem zaczerpniętym od STALNAKERA (1968, 30–31). Przenieśmy się na chwilę pod koniec lat sześćdziesiątych, czyli do czasu, kiedy trwała wojna w Wietnamie. W sondzie ulicznej zostajemy poproszeni o ocenienie prawdziwości następującego zdania:

(5) jeśli Chiny wkroczą w konflikt w Wietnamie, USA użyje broni nuklearnej.

Jeśli implikacja materialna adekwatnie oddałaby sens zdania warunkowego, to powinniśmy sobie zadać dwa pytania: (i) ‘czy Chiny wkroczą do konfliktu

¹ Należy zaznaczyć, że oczywiście istnieją poważni badacze broniący stanowisko przeciwne. Na przykład AJDUKIEWICZ (1956), JACKSON (1979) i GRICE (1989) utożsamiają zdanie warunkowe z implikacją materialną. Nie jest to jednak pogląd dominujący.

² Nasze rozważania w tej części ograniczamy do dwóch wspomnianych implikacji, ponieważ to właśnie w ich kontekście Stalnaker usiłował określić swój funktor ‘ $>$ ’, sytuując go ostatecznie „pomiędzy implikacją ścisłą a materialną” (STALNAKER 1968, 39).

w Wietnamie?’ oraz (ii) ‘czy USA użyje broni nuklearnej?’. Uzyskanie odpowiedzi ‘nie’ na (i) lub ‘tak’ na (ii) obligowałoby nas zarazem do uznania prawdziwości (5). Jednakże, jak zauważa Stalnaker, rozumowanie pokroju: ‘Chiny nie wkroczą w konflikt w Wietnamie, zatem jeśli to zrobią, to USA użyje broni nuklearnej’ stanowi przykład oczywistego *non sequitur*.

Także wprowadzona w 1918 roku przez C.I. Lewisa implikacja ścisła, która miała lepiej niż jej materialny odpowiednik wyrażać zdania warunkowe z języka naturalnego, napotyka pewne problemy. Mianowicie przypomnijmy, że definiuje się ją jako koniecznościową implikację materialną:

$$A \vdash B := \Box(A \supset B)$$

Powiemy zatem, że implikacja ścisła $A \vdash B$ jest prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy w każdym możliwym świecie, w którym zachodzi A , zachodzi także B ; albo, innymi słowy, gdy każdy możliwy A -świat jest zarazem B -światem. Takie podejście, co prawda, poprawnie przewiduje fałszywość zdania (3) – z łatwością bowiem wyobrażamy sobie świat, w którym Kopernik ma syna i jest ojcem. Problemy natomiast pojawiają się gdzie indziej. Chodzi o to, że warunek mówiący o tym, iż następnik musi zachodzić w *każdym* z możliwych A -światów, jest zbyt mocny. Rozważmy zdanie:

(6) jeśli prezydentem nie zostałby Biden, to zostałby nim Trump,

wypowiedziane w kontekście wyborów prezydenckich w Stanach Zjednoczonych w 2020 roku. Sądzymy, że jest ono prawdziwe, ponieważ wymienieni w nim z nazwiska politycy byli jedynymi liczącymi się kandydatami. Jednakże, gdyby było:

$$A > B \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } A \vdash B,$$

to (6) musiałoby być fałszywe. Istotnie, możemy wyobrazić sobie na przykład taki świat, w którym (i) Biden przegrywa wybory, (ii) Trump wygrywa wybory, ale umiera przed objęciem urzędu i, w związku z tym, (iii) urząd prezydenta przejmuje Mike Pence (kandydat na wiceprezydenta z ramienia Trumpa). W takim świecie zachodzi poprzednik, ale nie następnik, a zatem (6), analizowane za pomocą implikacji ścisłej, nie może być prawdziwe. Przeczy to naszym intuicjom i stanowi dobry argument przeciwko temu podejściu. Późniejsi teoretycy okresów warunkowych, tacy jak Robert STALNAKER (1968) i David LEWIS (1973a; 1973b), byli świadomi istnienia powyżej zarysowanego problemu. Żeby go uniknąć, w swoich semantykach nie brali oni już pod uwagę *wszystkich* światów,

w których zachodzi poprzednik, ale jedynie pewien ich podzbiór. Porządkowali oni światy możliwe według ich podobieństwa do świata aktualnego i skupiali się tylko na tych najbardziej podobnych, albo, mówiąc inaczej, na tych *najbliższych*. W szczególności Stalnaker rozważał tylko jeden, najbliższy A -świat i rozpatrywał, czy zachodzi w nim następnik. Jeśli zachodził, uznawał on zdanie $A > B$ za prawdziwe, jeśli nie – za fałszywe. Zabieg ten pozwolił uznać za prawdziwe takie zdania, jak (6). Istotnie, świat opisany wyżej, w którym Trump umiera i Mike Pence zostaje prezydentem USA, jest o wiele bardziej odległy od świata aktualnego niż świat, w którym po prostu Trump zostaje prezydentem. Z tego powodu nie jest on w ogóle brany pod uwagę i, wobec tego, nie podważa prawdziwości (6).

Rozwiązanie zaproponowane przez Lewisa i Stalnakera pozwoliło uzasadnić zaobserwowany przez niektórych już wcześniej fenomen, że pewne istotne dla implikacji materialnej i ścisłej prawa – prawo wzmocnienia poprzednika, przechodniości oraz kontrapozycji – nie zachodzą w przypadku zdań warunkowych³. Można to potraktować jako kolejny argument przeciwko ich utożsamieniu (STALNAKER 1968, 38–39; LEWIS 1973a, 31–36; 1973b, 57–58, 71; NUTE, CROSS 2002, 8; BENNETT 2003, 143–147; FINTEL 2012, 469–470).

1. BRAK WZMOCNIENIA POPRZEDNIKA⁴

Dla implikacji materialnej oraz ścisłej niezawodne są rozumowania zgodne z następującymi schematami:

$$\frac{A \supset B}{(A \wedge C) \supset B} \quad \text{oraz} \quad \frac{A \rightarrow B}{(A \wedge C) \rightarrow B}.$$

Jednakże, analogiczne schematy nie są niezawodne w przypadku zdań warunkowych: z $A > B$ nie zawsze wynika, że $(A \wedge C) > B$. Rozważmy następujący przykład:

³ Zdaje się, że pewne domysły w tej sprawie można znaleźć już u GOODMANA (1947, 113–128). Ponownie należy jednak zaznaczyć, że co do zawodności wymienionych praw nie wszyscy teoretycy pozostają ze sobą w zgodzie. Prezentujemy tutaj tylko pewien właściwy dla Stalnakera punkt widzenia, który bynajmniej nie jest bezzasadny.

⁴ W literaturze przedmiotu schemat ten określa się też często mianem *monotoniczności*. Dlatego logiki, które go nie respektują, nazywane są *logikami niemonotonicznymi*.

Jeśli Jan ma ważne prawo jazdy, to może prowadzić samochód.

Jeśli Jan ma ważne prawo jazdy i jest nietrzeźwy, to może prowadzić samochód.

Założmy, że w aktualnym świecie Jan jest trzeźwy, zdrowy, dorosły oraz posiada sprawny i ubezpieczony samochód. W takiej sytuacji prawdziwa jest przesłanka: o ile ma on ważne prawo jazdy, może prowadzić samochód. Fałszywy jest jednak wniosek: każdy bowiem, kto jest nietrzeźwy, nawet jeśli ma ważne prawo jazdy, nie może prowadzić samochodu. Dotyczy to również Jana.

Semantyka Stalnakera pozwala na wyjaśnienie zawodności powyższego rozumowania w następujący sposób. Najbliższy świat, w którym prawdziwy jest poprzednik zdania z przesłanki, jest zarazem światem, w którym prawdziwe są wszystkie nasze założenia o Janie w świecie aktualnym. Istotnie, żadne z tych założeń nie stoi w sprzeczności z poprzednikiem rozważanego zdania, a świat wybrany ma być przecież jak najbardziej podobny do aktualnego. Wynika z tego wprost, że Jan może prowadzić w tym świecie samochód. Jednakże, najbliższy świat, w którym zachodzi poprzednik zdania z wniosku, bardziej odbiega od rzeczywistości niż świat uprzednio rozważany, a zatem jest i od niego, w stosunku do świata aktualnego, bardziej odległy. Tym razem poprzednik „zmusza” nas do porzucenia jednego z założeń (założenia o trzeźwości Jana) i, w związku z tym, bardziej „oddala” nas od aktualności. Oczywiście jest, że w takim świecie, ze względu na swoją nietrzeźwość, Jan nie może prowadzić samochodu.

Prawo wzmocnienia poprzednika zawodzi także w przypadku *kontrfaktycznych* zdań warunkowych. LEWIS (1973a, 10) podaje na to ciekawy argument (LEWIS 1973b, 419). Rozważmy następujące zdanie:

Gdybym przeszedł przez trawnik, to nie wynikłaby z tego żadna szkoda, ale gdyby każdy to zrobił, trawnik zostałby zniszczony.

Rozumowanie wyrażone w powyższym zdaniu jest jak najbardziej zasadne i intuicyjne. Przyjmijmy zatem, że zdanie to jest prawdziwe, czyli, że prawdziwe są oba jego człony:

gdybym przeszedł przez trawnik, to nie wynikłaby z tego żadna szkoda;
gdyby każdy przeszedł przez trawnik, to zostałby on zniszczony.

Jeśli wzmocnienie poprzednika jest uprawnione, to pierwszy człon implikowałby również zdanie:

gdybym ja *oraz* *wszyscy inni* (=każdy) przeszli przez trawnik, to nie wynikłaby z tego żadna szkoda.

To z kolei prowadzi do sprzeczności: gdyby każdy przeszedł przez trawnik, to zostałby on zniszczony, a zarazem nie wynikłaby z tego żadna szkoda.

2. BRAK PRZECHODNIOŚCI

Dla implikacji materialnej oraz ścisłej niezawodne są wnioskowania podпадаjące pod poniższe schematy:

$$\begin{array}{cc} A \supset B & A \rightarrow B \\ B \supset C & B \rightarrow C \\ \hline A \supset C & A \rightarrow C \end{array} \quad \text{oraz}$$

Tymczasem, mając $A \supset B$ i $B \supset C$, nie zawsze dostaniemy $A \supset C$. STALNAKER (1968, 38) podaje następujący kontrprzykład⁵:

gdyby Edgar Hoover urodził się Rosjaninem, to byłby komunistą
 gdyby Edgar Hoover był komunistą, to byłby zdrajcą
 gdyby Edgar Hoover urodził się Rosjaninem, to byłby zdrajcą

Przesłanka pierwsza jest prawdziwa: jeśli Hoover urodziłby się w Rosji (dokładniej: w ZSRR), to od dzieciństwa podlegałby radzieckiej propagandzie i w konsekwencji zostałby komunistą (a przynajmniej tak założmy). Przesłanka druga również jest w oczywisty sposób prawdziwa: przejście na stronę wroga w okolicznościach wojennych jest zdradą. Jednakże fałszywy jest wniosek: nie można być uznanym za zdrajcę tylko dlatego, że jest się danej narodowości.

Prawo przechodniości zawodzi na gruncie semantyk Lewisa i Stalnaker, ponieważ poprzedniki obu przesłanek odnoszą się do dwóch różnych światów. Poprzednik przesłanki pierwszej odnosi się do świata z Hooverem – Rosjaninem, który *wyrósł* na komunistę (a zatem w świat, w którym nie jest on zdrajcą w żadnym dobrym sensie tego słowa); poprzednik przesłanki drugiej wybiera natomiast świat – zapewne nieco bliższy od poprzedniego – w którym Hoover-Amerykanin *został* komunistą (a zatem świat, w którym istotnie jest on zdrajcą). W konsekwencji następnik przesłanki pierwszej i poprzednik przesłanki drugiej,

⁵ Przykład dotyczy J.E. Hoovera, dyrektora FBI w latach 1924–1972.

mimo swojego pozornego podobieństwa, są zdaniem o całkowicie różnym znaczeniu. Jeśli dokonamy między nimi przejścia, otrzymamy absurdalny wniosek.

Brak przechodniości jest bezpośrednio związany z brakiem wzmocnienia poprzednika (STALNAKER 1968, 38; BENNETT 2003, 160). Mianowicie to pierwsze pociąga za sobą to drugie, a skoro pokazaliśmy wcześniej, że drugie nie zachodzi, to w konsekwencji nie zachodzi także i pierwsze. Jeśli więc kogoś nie przekonuje kontrprzykład z Hooverem, może rozważyć następujący argument. Załóżmy, że mamy:

$$A > B, B > C \models A > C.$$

Kładąc $A/A \wedge B$ dostajemy:

$$(A \wedge B) > B, B > C \models (A \wedge B) > C.$$

Pomijamy $(A \wedge B) > B$ jako oczywistość. Otrzymujemy wtedy:

$$B > C \models (A \wedge B) > C,$$

czyli nic innego, jak wzmocnienia poprzednika.

3. BRAK KONTRAPOZYCJI

Na koniec, choć dla implikacji materialnej oraz ścisłej zachodzą wnioskowania podpadające pod poniższe schematy:

$$\frac{A \supset B}{\neg B \supset \neg A} \quad \text{oraz} \quad \frac{A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow \neg A},$$

z $A > B$ nie zawsze dostaniemy $B > A$ i odwrotnie. Angelika KRATZER (1979) sformułowała następujący kontrprzykład:

jeśli Goethe nie umarłby w 1832 roku, to (i tak) by dzisiaj nie żył.
jeśli Goethe dzisiaj by żył, to umarłby w 1832 roku.

Przesłanka jest prawdziwa. Istotnie, jeśli Goethe nie umarłby w 1832 roku, to umarłby kilka, może kilkanaście lat wcześniej lub później. W takiej sytuacji,

ponieważ ludzie nie dożywają nawet stu trzydziestu lat, i tak by dzisiaj nie żył. Wniosek jest natomiast w oczywisty sposób fałszywy: żaden żyjący dzisiaj człowiek nie mógł już kiedyś umrzeć.

Ciekawy jest też przykład zaczerpnięty od ADAMSA (1988):

jeśli padało, to nie padało mocno.

jeśli padało mocno, to nie padało.

Łatwo wyobrazić sobie okoliczności, w których przesłanka powyższego rozumowania jest prawdziwa. Wniosek natomiast nigdy nie może być prawdziwy, ponieważ stanowi on zdanie kontranalityczne.

*

Przedstawiliśmy dotychczas racje, dla których niektórzy teoretycy porzucili przekonanie, że zdanie warunkowe języka naturalnego można formalnie ująć za pomocą takich spójników logicznych, jak implikacja materialna czy ścisła implikacja Lewisa. Ten rodzaj zdań wymagał, w ich mniemaniu, przeprowadzenia osobnej analizy. W 1968 roku całkowicie nowe podejście do interpretacji zdań warunkowych zaproponował Robert Stalnaker. Jego system **C2** logiki okresów warunkowych zyskał już dzisiaj miano klasycznego, a w literaturze polskiej ciągle istnieje niewiele prac na jego temat, pewne kwestie natomiast związane z **C2** poruszają LECHNIAK (2011), TWORAK (2014) i SENDLAK (2017). W dalszej części artykułu zajmiemy się więc kompleksową analizą właśnie tego systemu.

4. SYSTEM C2 STALNAKERA

4.1. INTUICJE

Tworząc semantykę dla systemu **C2**, Stalnaker był przekonany, że powinna ona w jakiś sposób odpowiadać naszym intuicjom dotyczącym *akceptowalności* zdań warunkowych. Zamysł był taki: zastanówmy się najpierw, jakie warunki są potrzebne do tego, abyśmy *uwierzyli* albo zostali *przekonani*, że dane zdanie warunkowe jest prawdziwe, a dopiero później spróbujemy przejść od tych warunków do ustalenia warunków prawdziwości tego typu zdań.

Za punkt wyjścia Stalnaker obrał tzw. *test Ramsey'a*, czyli sformułowaną przez angielskiego matematyka i logika Franka RAMSEY'A (1990, 155) „instrukcję” dotyczącą akceptowalności stwierdzeń hipotetycznych. Test Ramsey'a informuje nas, jak sprawdzić, czy akceptujemy stwierdzenie typu: ‘Jeśli *A*, to *B*’:

Ramsey: dodaj (hipotetycznie) poprzednik do swojego zbioru przekonań, dokonaj możliwie jak najmniejszych zmian w celu zachowania ogólnej spójności, a następnie rozważ, czy na podstawie zrewidowanego zbioru przekonań akceptujesz następnik.

Jeśli istotnie akceptujemy następnik, to akceptujemy także całe stwierdzenie ‘Jeśli A , to B ’, w przeciwnym razie je odrzucamy.

W jaki sposób Stalnaker zamierza przejść od testu Ramsey’a do warunków prawdziwości zdań warunkowych? Przede wszystkim musi znaleźć odpowiednik zbioru przekonań. Doszukuje się go w pojęciu świata możliwego. Jak pisze:

Pojęcie świata możliwego jest właśnie tym, czego potrzebujemy, żeby dokonać interesującego nas przejścia, ponieważ świat możliwy jest ontologicznym analogonem zbioru hipotetycznych przekonań (STALNAKER 1968, 33).

Wzorując się na teście Ramsey’a, Stalnaker proponuje następujące podejście:

Stalnaker: W celu ustalenia prawdziwości ‘Jeśli A , to B ’ rozważ świat możliwy, w którym A jest prawdziwe i który poza tym różni się minimalnie od świata aktualnego. Jeśli B jest prawdziwe w tym świecie, to ‘Jeśli A , to B ’ także jest prawdziwe, natomiast jeśli B jest fałszywe w tym świecie, to ‘Jeśli A , to B ’ jest fałszywe.

Stalnaker dodaje, że jeśli A jest prawdziwe w świecie aktualnym, to aby przekonać się o prawdziwości ‘Jeśli A , to B ’, należy rozważyć właśnie ten świat. Istotnie, od świata aktualnego najmniej różni się przecież on sam, a skoro A w nim zachodzi, to właśnie on jest owym poszukiwanym światem.

Dogłębniej semantyką Stalnakera zajmiemy się w sekcji 2.5. Jak na razie, wystarczy nam wiedzieć, że ‘ $A > B$ ’ znaczy dokładnie tyle, co ‘w najbliższym świecie, w którym prawdziwe jest A , prawdziwe jest także B ’. Przejdziemy teraz do formalnego określenia systemu **C2**.

4.2. POSTAĆ SYSTEMU C2

Przyjęło się, że dany formalny system logiczny określa się jako podzbiór zbioru wszystkich jego formuł. Tak więc postępujemy. Zbiór **For** wszystkich formuł systemu **C2** jest najmniejszym zbiorem Z spełniającym poniższe warunki:

wszystkie litery zdaniowe ($'p'$, $'q'$, $'r'$) należą do Z ,
jeśli $A \in Z$, to $\neg A \in Z$,

jeśli $A, B \in \mathbf{Z}$, to dla $\circ \in \{\vee, \wedge, \supset, \equiv, >\}$ mamy $(A \circ B) \in \mathbf{Z}$.

Elementy zbioru **For** nazywamy *formułami* systemu **C2**.

Uwaga. Formalnie rzecz biorąc, Stalnaker stosuje jedynie ‘ $\neg$ ’, ‘ $\supset$ ’ i ‘ $>$ ’. Reszta klasycznych spójników pełni rolę skrótów:

$$A \wedge B := \neg(A \supset \neg B)$$

$$A \vee B := \neg A \supset B$$

$$A \equiv B := (A \supset B) \wedge (B \supset A)$$

Skróty. Dla funktorów modalnych ‘ $\Box$ ’ i ‘ $\Diamond$ ’ oraz spójnika ‘ $\geq$ ’ wyrażającego podwójny okres warunkowy stosujemy następujące skróty:

$$\Box A = \neg A > A$$

$$\Diamond A = \neg(A > \neg A)$$

$$A \geq B = (A > B) \wedge (B > A)$$

Reguły pierwotne. System **C2** dysponuje dwiema regułami pierwotnymi: *regułą odrywania* (inaczej: *modus ponens*, symbolicznie: MP) i *regułą ukonieczniania* (inaczej: *regułą Gödla*, symbolicznie: RG). Zatem system ten jest domknięty względem tych reguł, co znaczy, że:

(MP) jeśli $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$ i $A \in \mathbf{C2}$, to $B \in \mathbf{C2}$,

(RG) jeśli $A \in \mathbf{C2}$, to $\Box A \in \mathbf{C2}$.

Aksjomaty. Aksjomatami systemu **C2** są:

(a1) wszystkie tautologie klasycznej logiki zdań oraz wszystkie ich podstawienia formułami systemu **C2**,

a także wszystkie formuły podpadające pod poniższe schematy:

$$(a2) \Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$$

$$(a3) \Box(A \supset B) \supset (A > B)$$

$$(a4) \Diamond A \supset [(A > B) \supset \neg(A > \neg B)]$$

$$(a5) A > (B \vee C) \supset [(A > B) \vee (A > C)]$$

$$(a6) (A > B) \supset (A \supset B)$$

$$(a7) A \geq B \supset [(A > C) \supset (B > C)]$$

Powyższe aksjomaty pokazują, że ' $>$ ' jest „czymś pomiędzy” ' $\vdash$ ' a ' $\supset$ '. Mianowicie, zgodnie z (a3), ' $>$ ' jest słabsze od implikacji ścisłej Lewisa, natomiast według (a6) ' $>$ ' jest mocniejsze od implikacji materialnej. Aksjomat (a5) odróżnia ' $>$ ' od ścisłej implikacji Lewisa, która nie spełnia tego aksjomatu. Aksjomat (a4) odróżnia ' $>$ ' od implikacji materialnej.

Reguły wtórne (wyprowadzalne). Reguły wtórne to takie reguły, których wniosek wyprowadzimy, stosując jedynie inne reguły oraz aksjomaty danego systemu. Do reguł wtórnych systemu **C2** zaliczamy przykładowo *regułę monotoniczności* oraz *regułę regularności*:

(RM) jeśli $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$, to $(\Box A \supset \Box B) \in \mathbf{C2}$;

(RR) jeśli $((A \wedge B) \supset C) \in \mathbf{C2}$, to $((\Box A \wedge \Box B) \supset \Box C) \in \mathbf{C2}$.

Wyprowadzenie (RM): Załóżmy, że mamy $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$. Wtedy na mocy (RG) mamy także $\Box(A \supset B) \in \mathbf{C2}$. Zgodnie z (a2) jest jednak $(\Box(A \supset B) \supset \Box A \supset \Box B) \in \mathbf{C2}$. Stosując (MP), otrzymujemy zatem: $(\Box A \supset \Box B) \in \mathbf{C2}$. Wyprowadzenie (RR): Załóżmy, że jest $((A \wedge B) \supset C) \in \mathbf{C2}$. Zauważmy, że na mocy KLZ mamy: $((A \wedge B) \supset C) \equiv (A \supset (B \supset C))$. Stosując (RM) do prawej strony tej równoważności dostajemy: $\Box A \supset \Box(B \supset C) \in \mathbf{C2}$. Zgodnie z (a2), mamy także: $\Box(B \supset C) \supset (\Box B \supset \Box C)$. Stosując przechodniość dla ' $\supset$ ' otrzymujemy $\Box A \supset (\Box B \supset \Box C) \in \mathbf{C2}$, co ostatecznie zamieniamy na $(\Box A \wedge \Box B) \supset \Box C \in \mathbf{C2}$.

W późniejszej pracy poświęconej systemowi **C2**, którą STALNAKER napisał wraz z THOMASONEM (1970, 31), zamiast (RG) przyjęto za regułę pierwotną:

(RG_>) jeśli $A \in \mathbf{C2}$, to $(B > A) \in \mathbf{C2}$.

My jednak, trzymając się pierwotnego określenia systemu **C2** przez STALNAKERA (1968), pozostaniemy przy (RG), a (RG_>) wyprowadzimy.

Wyprowadzenie (RG_>): Załóżmy, że $A \in \mathbf{C2}$. Na mocy logiki klasycznej i (a1) mamy: $(A \supset (B \supset A)) \in \mathbf{C2}$. Stąd, stosując (MP), dostajemy $(B \supset A) \in \mathbf{C2}$. To i (RG) dają nam: $\Box(B \supset A) \in \mathbf{C2}$. Na koniec, korzystając z (a3) i (MP), mamy: $(B > A) \in \mathbf{C2}$.

Uwaga. Zauważmy, że biorąc za regułę pierwotną (RG_>) zamiast (RG), wyprowadzimy tę drugą. Istotnie, załóżmy, że $A \in \mathbf{C2}$. Wtedy, stosując (RG_>), mamy: $(\neg A > A) \in \mathbf{C2}$, co oznacza, że $\Box A \in \mathbf{C2}$.

5. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI SYSTEMU C2

Bezpośrednio z definicji ‘ $\geq$ ’ oraz przemienności koniunkcji otrzymujemy:

Fakt 2.1. $(A \geq B) \in \mathbf{C2}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $(B \geq A) \in \mathbf{C2}$.

Fakt 2.2. Jeśli $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$, to $(A > B) \in \mathbf{C2}$.

Dowód. Niech $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$. Dzięki (RG) mamy tezę $\Box(A \supset B)$. Stosując (a3) wraz z (MP) dostajemy $(A > B)$.

Wniosek 2.1. Jeśli $(A \equiv B) \in \mathbf{C2}$, to $(A \geq B) \in \mathbf{C2}$.

Dowód. Załóżmy, że $(A \equiv B) \in \mathbf{C2}$. Wtedy $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$ i $(B \supset A) \in \mathbf{C2}$. Stąd, na mocy faktu 2.2, mamy $(A > B) \in \mathbf{C2}$ i $(B > A) \in \mathbf{C2}$. Logika klasyczna daje zatem także $((A > B) \wedge (B > A)) \in \mathbf{C2}$. Na koniec stosujemy skrót dla ‘ $\geq$ ’.

Wniosek 2.2. Jeśli $(A \supset B)$ jest podstawieniem tautologii, to $(A > B) \in \mathbf{C2}$.

Dowód. Jeśli $(A \supset B)$ jest podstawieniem tautologii, to na mocy (a1) jest także tezą. Mamy zatem $(A \supset B) \in \mathbf{C2}$. Stosujemy więc fakt 2.2.

Wniosek 2.3. Jeśli $(A \equiv B)$ jest podstawieniem tautologii, to $(A \geq B) \in \mathbf{C2}$.

Dowód. Jeśli $(A \equiv B)$ jest podstawieniem tautologii, to na mocy (a1) jest także tezą. Mamy zatem $(A \equiv B) \in \mathbf{C2}$. Stosujemy więc wniosek 2.1.

Fakt 2.3. Jeśli $(A \equiv B)$ jest podstawieniem tautologii, to $(A > C) \equiv (B > C)$ jest tezą C2.

Dowód. Jeśli $(A \equiv B)$ jest podstawieniem tautologii, to na mocy wniosku 2.3 i faktu 2.1 tezami są $(A \geq B)$ i $(B \geq A)$. Stosując dwukrotnie (a7), mamy:

$$A \geq B \supset [(A > C) \supset (B > C)]$$

$$B \geq A \supset [(B > C) \supset (A > C)]$$

Stąd, stosując (MP) i KLZ, mamy tezę $(A > C) \equiv (B > C)$.

5.1. TEZY I KOLEJNE WŁASNOŚCI SYSTEMU C2

Z wniosku 2.2 i faktu 2.3 odpowiednio dostajemy następujące, wykorzystywane dalej tezy:

$$(\dagger) A > A$$

$$(\ddagger) (A > C) \equiv (\neg\neg A > C)$$

Teraz pokażemy, że w C2 zachodzą znane z logiki modalnej zależności między ‘ $\Box$ ’ a ‘ $\Diamond$ ’. Zaczniemy od tezy:

$$(\text{def } \Diamond) \Diamond A \equiv \neg\Box\neg A$$

Dowód: Z tezy ($\dagger$) wynika, że $[(A > \neg A) \equiv (\neg\neg A > \neg A)]$. Na mocy logiki klasycznej mamy także $[\neg(A > \neg A) \equiv \neg(\neg\neg A > \neg A)]$. Po zastosowaniu skrótów dla ‘ $\diamond$ ’ i ‘ $\Box$ ’ otrzymujemy więc (def $\diamond$).

Trudniej jest, na podstawie samych tylko aksjomatów **C2**, otrzymać tezę:

$$(\text{def } \Box) \Box A \equiv \neg \diamond \neg A$$

W celu udowodnienia powyższej równoważności, pokażemy dwie składające się na nią implikacje. Najpierw udowodnimy implikację od lewej strony do prawej:

$$\begin{array}{ll} \Box A \supset \neg \diamond \neg A & \\ 1. \diamond \neg A \supset [(\neg A > A) \supset \neg(\neg A > \neg A)] & (\text{a4}), \neg A/A, A/B \\ 2. \neg[(\neg A > A) \supset \neg(\neg A > \neg A)] \supset \neg \diamond \neg A & 1, \text{kontrapozycja} \\ (\neg A > \neg A) \supset [\diamond \neg A \supset \neg(\neg A > A)] & 2, \text{logika klasyczna} \\ 4. \neg A > \neg A & (\dagger) \\ 5. \diamond \neg A \supset \neg(\neg A > A) & 3, 4, (\text{MP}) \\ \diamond \neg A \supset \neg \Box A & 5, \text{skrót dla '}\Box\text{'} \\ \Box A \supset \neg \diamond \neg A & 6, \text{kontrapozycja} \end{array}$$

Teraz wykażemy zachodzenie implikacji od prawej strony do lewej:

$$\begin{array}{ll} \neg \diamond \neg A \supset \Box A & \\ 1. \neg\neg A \supset A & \text{KLZ, (a1)} \\ 2. \Box \neg\neg A \supset \Box A & 1, (\text{RM}) \\ 3. \neg \Box A \supset \neg \neg \neg A & 2, \text{kontrapozycja} \\ 4. \neg \Box A \supset \diamond \neg A & 3, \text{def } \diamond \text{ i KLZ} \\ 5. \neg \diamond \neg A \supset \Box A & 4, \text{kontrapozycja} \end{array}$$

Obie otrzymane implikacje dają razem (def $\Box$).

W (1970, 31) STALNAKER i THOMASON podali bez dowodu tezy, które tutaj udowodnimy. W dalszej części pracy, oprócz dowodów aksjomatycznych, będziemy stosowali także dowody założeniowe. Zaczniemy od dowodu tezy:

$$\begin{array}{ll} (\text{T}) \Box A \supset A & \\ \text{Dowód: } 1. \Box A & \text{założenie} \\ 2. \neg A > A & 1 \text{ i skrót dla '}\Box\text{'} \\ 3. \neg A \supset A & 2, (\text{a6}), (\text{MP}) \\ 4. A & 3, \text{KLZ} \end{array}$$

Używając (def $\Diamond$), z tezy (T) otrzymujemy formułę względem niej dualną:
(T_d) $A \supset \Diamond A$

Dowód: 1. $\Box \neg A \supset \neg A$ (T) dla $\neg A/A$
 2. $\neg A \supset \neg \Box \neg A$ 1, kontrapozycja
 3. $A \supset \neg \Box \neg A$ 2, KLZ
 4. $A \supset \Diamond A$ 3, (def $\Diamond$), KLZ

Udowodnimy kolejne tezy Stalnakera i Thomasona z (1970).

(t1) $(A > \neg A) \supset (A > B)$

Aby wykazać (t1a), najpierw udowodnimy:

(t1a) $\Box \neg A \supset (A > B)$
 (t1b) $\neg \Diamond A \supset (A > B)$
Dowód (t1a): 1. $\neg A \supset (A \supset B)$ KLZ, (a1)
 2. $\Box \neg A \supset \Box (A \supset B)$ 1, (RM)
 3. $\Box (A \supset B) \supset (A > B)$ (a3)
 4. $\Box \neg A \supset (A > B)$ 2, 3, KLZ

Z (def $\Diamond$) przez kontrapozycję otrzymujemy tezę: $\Box \neg A \neg \Diamond A$. Zatem na mocy logiki klasycznej i (t1a) wynika bezpośrednio (t1b). Mając natomiast (t1b), otrzymujemy także (1), ponieważ formuła $\neg \Diamond A$ jest skrótem dla $\neg \neg(A > \neg A)$, czyli jest równoważna z $(A > \neg A)$.

Teza (t1b) głosi, że każde zdanie warunkowe o niemożliwym poprzedniku jest prawdziwe. Powrócimy do niej w zakończeniu artykułu. Teraz użyjemy jej, aby wprowadzić kolejną własność systemu C2.

Fakt 2.4. *Jeśli $(B \equiv C)$ jest podstawieniem tautologii KLZ, to formuła $((A > B) \equiv (A > C))$ jest tezą systemu C2.*

Dowód. Na mocy logiki klasycznej i (t1b) mamy tezę:

$$\neg \Diamond A \supset [(A > B) \equiv (A > C)]$$

Teraz załóżmy, że $(B \equiv C)$ jest podstawieniem tautologii KLZ. Wtedy podstawieniami tautologii są zarówno obie alternatywy $(\neg B \vee C)$ i $(\neg C \vee B)$, jak i obie implikacje: $A \supset (\neg B \vee C)$ oraz $A \supset (\neg C \vee B)$. Zatem na mocy (a1), implikacje te są tezami systemu C2. Wniosek 2.2 daje nam więc tezy: $A > (\neg B \vee C)$ i $A > (\neg C \vee B)$.

W oparciu o główne założenie i stosując dedukcję naturalną, pokażemy, że tezę jest również:

$$\Diamond A \supset [(A > B) \equiv (A > C)]$$

Na mocy dedukcji przez alternatywne przypadki, uzyskamy więc poszukiwaną tezę. Najpierw pokażemy, że tezą jest $\Diamond A \supset [(A > B) \supset (A > C)]$:

$\Diamond A$	założenie
$A > B$	założenie
3. $[A > (\neg B \vee C)] \supset [(A > \neg B) \vee (A > C)]$	, (a5) dla B/B
4. $(A > \neg B) \vee (A > C)$	3, główne założenie, (MP)
5. $(A > B) \neg(A > \neg B)$	1, (a4), (MP)
6. $\neg(A > \neg B)$	2, 5, (MP)
7. $A > C$	4, 6, KLZ

Analogicznie pokazujemy, że tezą jest $\Diamond A \supset [(A > C) \supset (A > B)]$.

Kolejna teza z (STALNAKER, THOMASON 1970) wygląda następująco:

$$(t2) (\neg A > A) \supset (B > A)$$

W istocie, powyższa formuła stwierdza to samo, co:

(t2') $\Box A \supset (B > A)$	
Dowód: 1. $A \supset (B \supset A)$	KLZ, (a1)
2. $\Box A \supset \Box(B \supset A)$	1, (RM)
3. $\Box(B \supset A) \supset (B > A)$	(a3)
4. $\Box A \supset (B > A)$	2, 3, KLZ
5. $(\neg A > A) \supset (B > A)$	4, skrót dla ' $\Box$ '

Udowodnimy teraz jedną z najciekawszych, a zarazem najbardziej kontrowersyjnych tez w **C2**: tezę o wyłączonym środku dla zdań warunkowych (ang. *Conditional Excluded Middle*). Ma ona następującą postać:

(CEM) $(A > B) \vee (A > \neg B)$	
Dowód: 1. $A \supset (B \vee \neg B)$	KLZ, (a1)
2. $A > (B \vee \neg B)$	1, wniosek 2.2
3. $A > (B \vee \neg B) \supset [(A > B) \vee (A > \neg B)]$	(a5) dla $\neg B/C$
4. $(A > B) \vee (A > \neg B)$	2, 3, (MP)

Powyższa teza jest całkowicie zgodna z przyjętą dla **C2** semantyką. Skoro w każdym możliwym świecie zachodzi $(B \vee \neg B)$, to najbliższy A -świat musi być albo B -światem, albo $\bar{B}$ -światem. W pierwszym przypadku prawdziwe jest $(A > B)$, w drugim natomiast $(A > \neg B)$. Znaczy to, że z punktu widzenia danego możliwego świata zawsze dokładnie jedno z tych wyrażań jest prawdziwe (poza przypadkiem, gdy A jest niemożliwe – oba wyrażenia są prawdziwe w sposób trywialny). Tezę (CEM) zajmiemy się dogłębniej w sekcji 3, w której przedstawimy argumenty jej krytyków.

W sytuacji, gdy A jest możliwe, mamy nawet tezę mocniejszą od (CEM):

$$(EQ) \Diamond A \supset [(A > \neg B) \equiv \neg(A > B)]$$

Aby udowodnić (EQ), wykażemy zachodzenie następujących implikacji:

$$(EQa) \Diamond A \supset [(A > \neg B) \supset \neg(A > B)]$$

$$(EQb) \Diamond A \supset [\neg(A > B) \supset (A > \neg B)]$$

Dowód (EQa): 1. $\Diamond A$

założenie

$$2. A > \neg B$$

założenie

$$3. \Diamond A \supset [(A > \neg B) \supset \neg(A > \neg\neg B)]$$

(a4) dla $\neg B/B$

$$4. (A > \neg B) \supset \neg(A > \neg\neg B)$$

1, 3, (MP)

$$5. \neg(A > \neg\neg B)$$

2, 4, (MP)

$$6. \neg(A > B)$$

5, fakt 2.4, KLZ

Dowód (EQb): Logika klasyczna i (CEM) dają nam: $\neg(A > B) \supset (A > \neg B)$. Zatem na mocy prawdziwości swojego następnika prawdziwa jest implikacja materialna: $\Diamond A \supset (\neg(A > B) \supset (A > \neg B))$.

Tezy (EQa) i (EQb) dają razem (EQ).

Nie mniej kontrowersyjna niż powyższe jest teza poniższa, stwierdzająca, że koniunkcja dowolnych dwóch zdań jest wystarczająca do uznania prawdziwości składającego się z jej członów zdania warunkowego:

$$(CS) (A \wedge B) \supset (A > B)$$

Dowód: 1. $(A > \neg B) \supset (A \supset \neg B)$ (a6) dla $\neg B/B$

$$2. \neg(A \supset \neg B) \supset \neg(A > \neg B)$$

1, kontrapozycja

$$3. (A \wedge B) \supset \neg(A > \neg B)$$

2, KLZ

$$4. \neg(A > \neg B) \supset (A > B)$$

(CEM), KLZ

$$5. (A \wedge B) \supset (A > B)$$

3, 4, KLZ

Co dokładnie jest kontrowersyjnego w (CS)? Pierwszy problem polega na tym, że w codziennej mowie potocznej bardzo często odrzucamy $A > B$, gdy A i B , choć prawdziwe, nie są powiązane żadnym związkiem treściowym. Na przykład zdanie pokroju ‘jeśli Polska leży w Europie, to woda wrze w temperaturze 100°C ’ uznajemy za co najmniej „dziwne”, zazwyczaj odmawiając mu prawdziwości.

Jednakże nawet wtedy, gdy poprzednik i następnik s_q w jakiś sposób powiązane treściowo, mogą się mimo to pojawić pewne problemy. Aby to zobaczyć, posłużmy się przykładem zaczerpniętym od BENNETTA (2003, 240). Załóżmy, że rzuciłem przed chwilą monetą oraz że rezultatem tego rzutu było wypadnięcie reszki. Po chwili podeszła do mnie osoba, która nie miała pojęcia o wykonanym rzucie, i stwierdziła:

Gdybyś rzucił monetą, wypadłaby reszka.

Czy wypowiedziane przez nią zdanie można zasadnie uznać za prawdziwe? (CS) to implikuje, ale w gruncie rzeczy trudno jest tak sądzić. Sam fakt rzutu monetą jest wystarczający do stwierdzenia, że wypadnie albo reszka, albo orzeł, ale nie jest wystarczający do uznania konkretnego członu tej alternatywy (przynajmniej przy założeniu, że nie żyjemy w deterministycznym świecie). Następnik rozważanego zdania jest zatem zdecydowanie zbyt silny.

Kolejna trudność pojawia się, gdy poprzednik okresu warunkowego jest alternatywą dwóch wykluczających się wzajemnie zdań (NUTE 1980, 8).

Podstawmy bowiem $(p \vee q)/A$ i r/B :

$$[(p \vee q) \wedge r] \supset [(p \vee q) > r]$$

Rozważmy teraz następującą sytuację. W finale mistrzostw świata w szachach mierzą się ze sobą Iksiński i Igrekowski. Remis nie wchodzi w grę: tylko jeden z nich może zwyciężyć. Iksiński jest aktualnym mistrzem i broni swojego tytułu. Podstawiamy: p – ‘wygra Iksiński’, q – ‘wygra Igrekowski’ i r – ‘Iksiński posiada tytuł’. W takiej konfiguracji prawdziwy jest poprzednik rozważanej implikacji: wygra albo Iksiński, albo Igrekowski, a ponadto Iksiński posiada tytuł. Fałszywy jest jednak następnik – nie jest bowiem prawdą, że bez względu na to, który z szachistów zwyciężyłby w tym pojedynku, Iksiński byłby właścicielem tytułu. Istotnie, gdyby wygrał Igrekowski, tytuł należałby właśnie do niego.

Na podstawie (CS), można łatwo dowieść kolejnej tezy z (STALNAKER, THOMASON 1970):

$$(3) A \supset [B \equiv (A > B)]$$

Za (3) stoi następująca intuicja. Jeśli w świecie aktualnym zachodzi A , to prawdziwość zdania warunkowego ‘jeśli A , to B ’ zależy tylko od prawdziwości B w tym świecie. Wspominaliśmy już o tym wcześniej.

Oprócz budzących kontrowersje (CEM), (EQ) i (CS), **C2** obejmuje również mało kontrowersyjne tezy, które często występują także w innych systemach logiki okresów warunkowych. Poniżej podamy przykłady takich tez; niektóre z nich udowodnimy.

Fakt 2.5. *System C2 zawiera następujące tezy:*

$$(AND) ((A > B) \wedge (A > C)) \supset (A > (B \wedge C))$$

$$(OR) ((A > C) \wedge (B > C)) \supset ((A \vee B) > C)$$

Kolejne dwie tezy mogą posłużyć jako substytuty prawa przechodniości, które – jak argumentowaliśmy wcześniej – w swojej „normalnej” postaci nie zachodzi dla zdań warunkowych. Oto pierwsza propozycja:

$$(CCut) [(A > B) \wedge ((A \wedge B) > C)] \supset (A > C)$$

Dowód: 1. $A > B$

założenie

$(A \wedge B) > C$

założenie

$A > A$

(†)

4. $(A > A) \wedge (A > B)$

1, 3, KLZ

5. $[(A > A) \wedge (A > B)] \supset [A > (A \wedge B)]$ (AND)

6. $A > (A \wedge B)$

4, 5, (MP)

7. $(A \wedge B) > A$

wniosek 2.2

8. $(A \wedge B) \geq A$

6, 7, def. ‘ $\geq$ ’

9. $((A \wedge B) \geq A) \supset [((A \wedge B) > C) \supset (A > C)]$

(a7)

10. $((A \wedge B) > C) \supset (A > C)$

8, 9, (MP)

11. $A > C$

2, 10, (MP)

Prawo przechodniości można również osłabić w następujący sposób:

$$(TR_{\supset}) ((A > B) \wedge \Box(B \supset C)) \supset (A > C)$$

System **C2** zawiera także «zamiennik» dla prawa wzmocnienia poprzednika:

$$(CMon) [(A > B) \wedge (A > C)] \supset [(A \wedge B) > C]$$

Dowód: 1. $A > B$

założenie

2. $A > C$

założenie

3. $A > A$

(†)

4. $(A > B) \wedge (A > A)$	1, 3, KLZ
5. $[(A > B) \wedge (A > A)] \supset [A > (A \wedge B)]$	(AND)
6. $A > (A \wedge B)$	4, 5, (MP)
7. $(A \wedge B) > A$	wniosek 2.2
8. $A \geq (A \wedge B)$	6, 7, def. '≥'
9. $(A \geq (A \wedge B)) \supset [(A > C) \supset ((A \wedge B) > C)]$	(a7)
10. $(A > C) \supset ((A \wedge B) > C)$	8, 9, (MP)
11. $(A \wedge B) > C$	2, 10 (MP)

Na koniec, pokażemy, że w **C2** występuje również substytut kontrapozycji:
 $(CP_{\supset}) ((A > B) \wedge \neg B) \supset (\neg B > \neg A)$

<i>Dowód:</i> 1. $A > B$	założenie
$\neg B$	założenie
3. $A \supset B$	1, (a6), (MP)
4. $\neg A$	2, 3, KLZ
5. $\neg B \wedge \neg A$	2, 4, KLZ
6. $(\neg B \wedge \neg A) \equiv \neg(\neg B \supset \neg A)$	KLZ, (a1)
7. $\neg(\neg B \supset \neg A)$	5, 6, (MP)
8. $(\neg B > \neg A) \supset (\neg B \supset \neg A)$	(a6) dla $\neg B/A$ i $\neg A/B$
9. $\neg(\neg B > \neg A)$	7, 8, KLZ
10. $(\neg B > \neg A) \vee (\neg B > \neg \neg A)$	(CEM)
11. $(\neg B > \neg \neg A)$	9, 10, KLZ
12. $\neg B > \neg A$	11, fakt 2.4

5.2. SEMANTYKA

Semantykę systemu **C2** przedstawimy na podstawie dwóch prac: (STALNAKER 1968; STALNAKER, THOMASON 1970). W pierwszej autor w sposób częściowo formalny przedstawił tę semantykę, zwracając jedynie uwagę na jej intuicyjny charakter. W drugiej pracy autorzy zaprezentowali w pełni formalną wersję tej semantyki, lecz dla kwantyfikatorowej wersji systemu **C2**⁶. Będziemy wzorować się na obu tych opracowaniach, przyjmując jednak własne oznaczenia⁷.

Strukturą modelową jest dowolna trójka uporządkowana $\langle W, R, \lambda \rangle$, w której W jest niepustym zbiorem, R jest zwrotną binarną relacją na W oraz $\lambda \notin W$. Z tymi trzema elementami wiążemy następujące intuicje:

⁶ My przedstawimy wersję bezkwantyfikatorową.

⁷ W pracy (STALNAKER, THOMASON 1970) w oznaczeniach znajdują się „literówki”, które należało skorygować.

- elementy zbioru W nazywamy *możliwymi światami*;
- R nazywamy *relacją dostępności możliwych światów*. Jeśli $\alpha R \beta$, to mówimy, że świat β jest możliwy ze względu na świat α . Mówi się również, że świat β jest dostępny ze świata α ;
- λ nazywamy światem absurdalnym. Ma być on w tym sensie absurdalny, że mają być w nim prawdziwe wszystkie zdania, także te sprzeczne. Świat λ nie jest zaliczany do możliwych światów; zatem jest on *niemożliwy*.

Świat absurdalny λ został wprowadzony przez Stalnaker'a w celu umożliwienia interpretacji zdań warunkowych z niemożliwymi poprzednikami (STALNAKER 1968, 34; STALNAKER, THOMASON 1970, 26). Skoro rozważenie możliwej sytuacji wymaga pojęcia świata możliwego (zob. s. 8), to niemożliwej – niemożliwego czy absurdalnego właśnie. Ponieważ $\lambda \notin W$, to z żadnego świata możliwego nie jest dostępny świat absurdalny, a sam świat absurdalny nie ma dostępu do żadnego świata możliwego:

(λ_R) nie istnieje $\alpha \in W$ taki, że $\alpha R \lambda$ lub $\lambda R \alpha$.

Ze względu na przyjęte założenia, para $\langle W, R \rangle$ odpowiada strukturze relacyjnej przyjętej przez KRIPKEGO (1963) dla systemu T, w którym wszystko, co konieczne, jest prawdziwe, a wszystko, co prawdziwe, jest możliwe. Formalnie:

$$\begin{aligned}\Box p &\supset p \\ p &\supset \Diamond p\end{aligned}$$

Tak jak w przypadku struktur Kripkego, do modelu $\langle W, R, \lambda \rangle$ dodajemy wartościowanie liter zdaniowych w każdym możliwym świecie. Przyjmując, że LZ jest zbiorem wszystkich liter zdaniowych, *wartościowaniem liter* w danym świecie nazywamy dowolną funkcję $v: LZ \times W \rightarrow \{0, 1\}$, która każdej parze złożonej z litery zdaniowej i możliwego świata przyporządkowuje dokładnie jedną z wartości logicznych: 0 – fałsz, 1 – prawda.

Niech $m = \langle W, R, \lambda \rangle$ będzie dowolną strukturą modelową. Zdefiniujemy w niej nowy element w porównaniu do semantyki Kripkego. Mianowicie wprowadzamy pojęcie *funkcji selekcji* (oryginalnie: *selection function*). Formalnie funkcją selekcji (krótko: *s-funkcją*) w M jest dowolna funkcja $f: \text{For} \times W \rightarrow W \cup \{\lambda\}$, która dowolnej parze złożonej z formuły i możliwego świata przyporządkowuje dokładnie jeden świat – możliwy lub absurdalny. Funkcja f ma spełniać warunek:

(Φ) dla dowolnych $A \in \text{For}$ i $\alpha \in W$, jeśli $f(A, \alpha) \in W$, to $\alpha R f(A, \alpha)$.

Słownie: jeśli świat $f(A, \alpha)$ jest w ogóle możliwy, to ma być też możliwy ze względu na świat α . STALNAKER (1968, 45) intuicyjnie dodaje, że $f(A, \alpha)$ ma być światem, w którym formuła A jest prawdziwa. Będzie to widoczne dopiero po wprowadzeniu pojęcia wartościowania wszystkich formuł we wszystkich światach oraz określeniu odpowiednich warunków dla takiego wartościowania.

Aby określić wartościowanie formuł w danym świecie, musimy wprowadzić pojęcie *quasi-interpretacji* w M . Jest to dowolna para $I = \langle v, f \rangle$, w której v jest wartościowaniem liter zdaniowych, a f jest s-funkcją w m .

Wartościowaniem formuł opartym na interpretacji I w m jest dowolna funkcja V_I : $\text{For} \times (W \cup \{\lambda\}) \rightarrow \{0, 1\}$. Definiuje się ją indukcyjnie w następujący sposób. Najpierw przyjmujemy, że dowolna formuła A ma być prawdziwa w absurdalnym świecie λ :

$$(\text{abs}) V_I(A, \lambda) = 1.$$

Dla możliwych światów kolejne warunki będą już standardowe. I tak dla dowolnej litery zdaniowej P (tj. formuły *atomowej*) i dowolnego $\alpha \in W$ przyjmujemy:

$$(\text{w1}) V_I(P, \alpha) = 1 \text{ wtw } v(P, \alpha) = 1.$$

Dla formuł złożonych i dla możliwych światów przyjmujemy warunki indukcyjne (dla spójników klasycznych są one klasyczne). A zatem dla dowolnych $A, B \in \text{For}$ i $\alpha \in W$ bierzemy:

- (w2) $V_I(\neg A, \alpha) = 1$ wtw $V_I(A, \alpha) = 0$,
- (w3) $V_I(A \wedge B, \alpha) = 1$ wtw $V_I(A, \alpha) = 1$ oraz $V_I(B, \alpha) = 1$,
- (w4) $V_I(A \vee B, \alpha) = 1$ wtw $V_I(A, \alpha) = 1$ lub $V_I(B, \alpha) = 1$,
- (w5) $V_I(A \supset B, \alpha) = 1$ wtw $V_I(A, \alpha) = 0$ lub $V_I(B, \alpha) = 1$,
- (w6) $V_I(A \equiv B, \alpha) = 1$ wtw $V_I(A, \alpha) = V_I(B, \alpha)$,
- (w7) $V_I(A > B, \alpha) = 1$ wtw $V_I(B, f(A, \alpha)) = 1$.

Ostatni warunek mówi, że zdanie warunkowe $A > B$ jest prawdziwe w możliwym świecie α wtw następnik B jest prawdziwy w świecie $f(A, \alpha)$, który w świecie α był wybrany dla poprzednika A . Zauważmy, że zgodnie ze wspomnianym już intuicyjnym warunkiem podanym (STALNAKER 1968), w świecie $f(A, \alpha)$ poprzednik A powinien być prawdziwy. Jeśli $f(A, \alpha)$ jest możliwym światem, to fakt ten zostaje wyrażony przez warunek (I), nałożony na quasi-interpretacje. Może być również tak, że $f(A, \alpha) = \lambda$. Wówczas jednak B jest prawdziwe w λ na mocy

warunku (abs). Ten ostatni przypadek zajdzie wtedy i tylko wtedy, gdy A będzie fałszywe we wszystkich możliwych światach ze względu na α . Mówimy wtedy, że A jest *niemożliwe* w świecie α . Opisuje to warunek (II') podany poniżej.

Interpretacjami M będą wszystkie te i tylko te quasi-interpretacje, które „produkują” odpowiednie wartościowania formuł z punktu widzenia systemu **C2**. *Interpretacją* jest dowolna quasi-interpretacja I , która daje wartościowanie V_I spełniające cztery poniższe warunki dla dowolnych A, B z For i α z W :

- (I) $V_I(A, f(A, \alpha)) = 1$,
- (II) Jeśli $f(A, \alpha) = \lambda$, to nie istnieje $\beta \in W$ takie, że $\alpha R \beta$ i $V_I(A, \beta) = 1$,
- (III) Jeśli $V_I(A, \alpha) = 1$, to $f(A, \alpha) = \alpha$,
- (IV) Jeśli $V_I(B, f(A, \alpha)) = 1 = V_I(A, f(B, \alpha))$, to $f(A, \alpha) = f(B, \alpha)$.

W danej strukturze modelowej interesować nas będą jedynie występujące w niej interpretacje. Mówimy, że formuła A jest *prawdziwa* w strukturze modelowej $m = \langle W, R, \lambda \rangle$ wtw dla każdej interpretacji $I = v, f$ w m oraz każdego α w W mamy $V_I(A, \alpha) = 1$. Ponadto mówimy, że dana formuła jest *C2-tautologią* wtw jest prawdziwa w każdej strukturze modelowej.

Warunek (I) głosi, że danemu zdaniu A w danym możliwym świecie należy przypisać świat, w którym A jest prawdziwe. Wybór taki jest możliwy. Mianowicie, jeśli A jest możliwe w α , to w zbiorze W dokonujemy wyboru takiego świata $f(A, \alpha)$, w którym A jest prawdziwe i który spełnia warunek (Φ). Jest przecież świat $\beta \in W$ taki, że $\alpha R \beta$ i $V_I(A, \beta) = 1$. Jeśli natomiast A jest niemożliwe w α , to – na mocy warunku (abs) – możemy jedynie wybrać świat λ , tj. $f(A, \alpha) = \lambda$. Widzimy więc, że możemy wzmocnić warunek (II) do równoważności:

- (II') $f(A, \alpha) = \lambda$ wtedy i tylko wtedy, gdy A jest niemożliwe w α .

Warunek (II') głosi zatem, że A -świat najmniej różniący się od świata bazowego α jest światem absurdalnym tylko wtedy, gdy A nie jest prawdziwa w żadnym możliwym świecie. Wprowadzenie świata absurdalnego λ gwarantuje, że funkcja selekcji f jest *całkowita*, tj. dla każdej formuły A i każdego świata możliwego α istnieje zawsze dokładnie jeden A -świat najmniej różniący się od świata α . Jest to tzw. *Założenie jedności* (ang. *The Uniqueness Assumption*). Do założenia tego wrócimy w trzeciej części artykułu.

Warunek (III) głosi po prostu, że jeśli A jest prawdziwe w α , to każda s-funkcja wybiera dla A świat α . Wybór ten jest dopuszczalny, gdyż ze względu na zwrotność relacji R , spełniony jest warunek (Φ).

Warunek (IV) gwarantuje nam to, że dla dowolnej struktury modelowej $m = \langle W, R, \lambda \rangle$, dowolnej w niej interpretacji $I = v, f$ i dowolnego możliwego świata α , jeśli dwa zdania warunkowe $A > B$ i $B > A$ są prawdziwe w α , to dla A i B w świecie α s-funkcja f wybiera ten sam świat, tj. mamy $f(A, \alpha) = f(B, \alpha)$. Istotnie, jeśli $V_1(A > B, \alpha) = 1 = V_1(B > A, \alpha)$, to z warunku (w7) dostajemy: $V_1(B, f(A, \alpha)) = 1 = V_1(A, f(B, \alpha))$. A to, na mocy warunku (IV), daje nam $f(A, \alpha) = f(B, \alpha)$.

Warunek (IV) potrzebny jest, aby w dowolnej strukturze modelowej $m = \langle W, R, \lambda \rangle$, w dowolnej interpretacji $I = v, f$ w M i w dowolnym świecie $\alpha \in W$ zachodziła następująca formuła (przyjęta jako jeden z aksjomatów systemu C2):

$$((A > B) \wedge (B > A)) \supset ((A > C) \supset (B > C))$$

Istotnie, na mocy warunku (w5), wystarczy założyć, że w α prawdziwe są zarówno poprzedniki implikacji materialnych $(A > B) \wedge (B > A)$, jak i $A > C$. Wtedy, na mocy warunku (w3), w α prawdziwe są także zdania $A > B$ i $B > A$. To natomiast, jak już wcześniej pokazaliśmy, daje nam $f(A, \alpha) = f(B, \alpha)$. Ponadto, na mocy warunku (w7), mamy $V_1(C, f(A, \alpha)) = 1$. Stąd, ze względu na identyczność, dostajemy $V_1(C, f(B, \alpha)) = 1$. A to, na mocy warunku (w7), implikuje, że $B > C$ jest prawdziwe w α . Zatem, zgodnie z warunkiem (w5), otrzymujemy, że rozpatrywana implikacja jest prawdziwa w α .

Teraz pokażemy, że w dowolnej strukturze modelowej $m = \langle W, R, \lambda \rangle$, w dowolnej interpretacji $I = \langle v, f \rangle$ w m i w dowolnym świecie $\alpha \in W$ dla dowolnych formuł postaci $\Box A$ i $\Diamond A$ zachodzą warunki znane z semantyki KRIPKEGO (1963):

$$(w8) \ V_1(\Box A, \alpha) = 1 \text{ wtw dla każdego } \beta \in W \text{ takiego, że } \alpha R \beta \text{ mamy } V_1(A, \beta) = 1.$$

$$(w9) \ V_1(\Diamond A, \alpha) = 1 \text{ wtw dla jakiegoś } \beta \in W \text{ mamy } \alpha R \beta \text{ i } V_1(A, \beta) = 1.$$

Dla (w8) „ $\Rightarrow$ ”: Załóżmy, że $V_1(\Box A, \alpha) = 1$, co znaczy, że $V_1(\neg A > A, \alpha) = 1$. To zaś, na mocy warunku (w7), jest równoważne temu, że $V_1(A, f(\neg A, \alpha)) = 1$. Warunek (I) mówi nam jednak, że również $V_1(\neg A, f(\neg A, \alpha)) = 1$. A zatem w świecie $f(\neg A, \alpha)$ prawdziwa jest sprzeczność: $A \wedge \neg A$. Zatem $f(\neg A, \alpha) = \lambda$. Warunek (II) mówi zaś, że nie istnieje $\beta \in W$ takie, że $\alpha R \beta$ i $V_1(\neg A, \beta) = 1$. Stąd dla każdego $\beta \in W$ takiego, że $\alpha R \beta$ mamy $V_1(A, \beta) = 1$. „ $\Leftarrow$ ”: Załóżmy teraz, że dla każdego $\beta \in W$ takiego, że $\alpha R \beta$ mamy $V_1(A, \beta) = 1$. Wtedy $\neg A$ jest niemożliwe w α . Stąd, na mocy warunku (II'), mamy $f(\neg A, \alpha) = \lambda$. Stąd, na mocy (abs), mamy $V_1(A, f(\neg A, \alpha)) = 1$. A to, na mocy warunku (w7), daje $V_1(\neg A > A, \alpha) = 1$.

Dla (w9) „ $\Rightarrow$ ”: Niech $V_1(\Diamond A, \alpha) = 1$, co znaczy, że $V_1(\neg A > \neg A, \alpha) = 1$. To, na mocy warunków (w2) i (w7) równoważne jest temu, że $V_1(\neg A, f(A, \alpha)) = 0$. Stąd,

na mocy (abs), (Φ) i (w2), mamy $f(A, \alpha) \in W$, $\alpha R f(A, \alpha)$ i $V_1(A, f(A, \alpha)) = 1$. Zatem istnieje $\beta \in W$ takie, że $\alpha R \beta$ i $V_1(A, \beta) = 1$. „ $\Leftarrow$ ”: Przez kontrapozycję założmy, że $V_1(\Diamond A, \alpha) = 0$. To, dzięki warunkowi (w2), daje nam $V_1(A > \neg A, \alpha) = 1$. Stąd, na mocy warunku (w7) mamy $V_1(\neg A, f(A, \alpha)) = 1$. Jednakże, warunek (I), daje $V_1(A, f(A, \alpha)) = 1$. Zatem, na mocy warunku (w3), mamy $V_1(A \wedge \neg A, f(A, \alpha)) = 1$. Stąd, analizując warunki (abs) i (w2)–(w7) dostajemy $f(A, \alpha) = \lambda$. To i warunek (II) mówią zaś, że nie istnieje $\beta \in W$ takie, że $\alpha R \beta$ i $V_1(A, \beta) = 1$.

6. SPÓR O (CEM) I KWESTIE SEMANTYCZNE

Na stronie 16 niniejszej pracy udowodniliśmy tezę o tzw. *warunkowym wyłączonym środku* – tezę, która, przypomnijmy, miała następującą postać:

$$(CEM) (A > B) \vee (A > \neg B)$$

Zaznaczyliśmy również, że jest to teza niezwykle kontrowersyjna. Potwierdza to fakt, że zgodnie z przedstawioną tabelą (EGRÉ, ROTT 2003), tylko dwa z dziewięciu opisanych tam systemów logiki okresów warunkowych przyjmuje (CEM) za swoją tezę (jednym z tych systemów jest oczywiście **C2**). Należy jednak przyznać, że za (CEM) stoją pewne racje.

Mówiąc ogólnie, Stalnaker zgadza się z wcześniejszymi teoretykami zdań warunkowych, takimi jak GOODMAN (1947, 114) czy CHISHOLM (1946, 301), że najbardziej naturalnym sposobem na uzyskanie zaprzeczenia zdania warunkowego jest zanegowanie jego następnika, przy jednoczesnym zachowaniu tego samego poprzednika. Tak właśnie, twierdzi Stalnaker, zdajemy się postępować na co dzień. Na przykład, gdy ktoś mówi: „Jeśli Trump byłby prezydentem, to nie byłoby wojny na Ukrainie”, a ktoś inny chce temu zaprzeczyć, to najprościej jest to wyrazić słowami: „Nieprawda. Jeśli Trump byłby prezydentem, to i tak na Ukrainie byłaby wojna”. Zatem, zgodnie z tą intuicją, poniższe dwa zdania są równoważne:

jeśli Trump byłby prezydentem, to nie byłoby wojny na Ukrainie;
nieprawda, że jeśli Trump byłby prezydentem, to na Ukrainie byłaby wojna.

Ponieważ poprzedniki obu zdań są możliwe, stanowią one egzemplifikację wcześniejszej dowiedzionej tezy (EQ):

$$(EQ) \Diamond A \supset [(A > \neg B) \equiv \neg(A > B)]$$

Teoria Stalnaker'a została skonstruowana tak, aby uczynić (EQ) prawdziwą. W tym celu potrzebna była mu teza (CEM), ponieważ inaczej nie uzyskałby implikacji

$$(CEM') \neg(A > B) \supset (A > \neg B)$$

Tymczasem implikację tę większość systemów logiki warunkowej odrzuca, przyjmując jedynie przeciwną: $(A > \neg B) \supset (A > B)$. Na przykład David LEWIS (1973a, 77–83) sądzi, że zaakceptowanie (CEM'), a zatem i (CEM), prowadzi do ogromnych problemów teoretycznych, co zostanie omówione w dalszej części pracy. Naszym zdaniem argument odwołujący się do intuicji z języka potocznego nie jest przekonujący. Wydaje się bowiem, że nietrudno jest znaleźć obalający go kontrprzykład. Mianowicie, rozważmy zdanie:

(7) Jeśli Jan jest prawnikiem, to dużo zarabia.

Najbardziej naturalną negacją zdania (7) jest:

(8) Nieprawdą jest, że jeśli Jan jest prawnikiem, to dużo zarabia.

Jednakże, samo (8) ani nie pociąga, ani tym bardziej nie jest równoważne z żadnym z poniższych zdań:

jeśli Jan jest prawnikiem, to niedużo zarabia;

jeśli Jan jest prawnikiem, to nie zarabia dużo;

jeśli Jan jest prawnikiem, to nieprawda, że dużo zarabia.

Istotnie, powyższe zdania przekazują znacznie większą informację niż (8), a zatem są od niego mocniejsze. Wydaje się bowiem, że jeśli w ogóle chcemy „przenieść” negację do następnika, to powinniśmy to zrobić w następujący sposób:

(8') jeśli Jan jest prawnikiem, to *nie musi być tak*, że dużo zarabia.

Byłoby to równoważne ze stwierdzeniem:

(8'') może być tak, że Jan jest prawnikiem i zarazem nie zarabia dużo.

Odrzucając zdanie (7), chcemy przecież tylko powiedzieć, że nie każdy prawnik dużo zarabia albo, innymi słowy, że nie ma takiej zasady, zgodnie z którą

bycie prawnikiem jest koniecznie związane z dużymi zarobkami. Właśnie to głosi zdanie (8'). Jeśli nasz przykład jest poprawny, to implikacja $\neg(A > B) \supset (A > \neg B)$ nie zachodzi, a zatem nie zachodzi także równoważna z nią teza (CEM).

Dwa potężne argumenty przeciwko (CEM) sformułował kilkakrotnie już cytowany w tej pracy David Lewis. Pierwszy z nich dotyczył niemożliwości wyboru przez funkcję selekcji f najbliższego możliwego świata, drugi zaś polegał na wyprowadzeniu z (CEM) absurdalnych konsekwencji. Zajmiemy się teraz przedstawieniem tych argumentów.

Rozważmy następującą parę zdań, którą Lewis przytacza za swoim nauczycielem i mistrzem – W.V.O. QUINEM (1950, 15):

(9) jeśli Bizet i Verdi byliby rodakami, to Bizet byłby Włochem.

(10) jeśli Bizet i Verdi byliby rodakami, to Verdi byłby Francuzem.

Które z tych zdań, jeśli w ogóle którekolwiek, można uznać za prawdziwe? Zgodnie z semantyką Stalnaker, żeby się o tym przekonać, funkcja f powinna wybrać najbliższy świat, w którym Bizet i Verdi są rodakami. *Założenie jedyności* zakłada istnienie dokładnie jednego takiego świata. Który z nich to właściwy świat – ten, w którym obaj są Włochami, czy ten, w którym obaj są Francuzami? Czy da się rozstrzygnąć, który z nich jest tym bliższym? Quine sądził, podobnie jak Lewis, że dokonanie niearbitralnego wyboru nie jest w tej sytuacji możliwe. Stalnaker natomiast, przynajmniej początkowo, nie dostrzegał tego problemu⁸. Okazuje się jednak, że (CEM) zachodzi w **C2** tylko przy założeniu, że takiego wyboru można istotnie dokonać. W przeciwnym wypadku obu wyrażeniom $(A > B)$ i $(A > \neg B)$ nie zostaje przypisana wartość logiczna, a zatem nie ma jej także i ich alternatywa.

Lewis posunął swoją krytykę semantyki Stalnaker jeszcze dalej. Nie tylko sądził, jak widzieliśmy przed chwilą, że należy odrzucić założenie o istnieniu dokładnie *jednego* najbliższego świata, ale twierdził nawet, że czasem w ogóle nie da się pomyśleć o jakimkolwiek najbliższym świecie lub światach (założenie, które głosi, że w zbiorze A -światów musi istnieć element minimalny ze względu na relację podobieństwa do świata aktualnego, nazywa się w literaturze *założeniem ograniczającym* (ang. *The Limit Assumption*). Przyjmijmy mianowicie, że pewien Jan ma 2 m wzrostu. Rozważmy teraz dowolne zdanie warunkowe o następującym poprzedniku:

Jeśli Jan mierzyłby więcej niż 2 m wzrostu, to...

⁸ W pracy (1970) Stalnaker i Thomason sądzili, że wybór najbliższego świata nie należy do czystej logiki, ale jest kwestią empirii. Przykład Quine'a pokazuje jednak, że takie rozwiązanie jest wciąż bardzo kłopotliwe.

Jakiego wyboru powinna dokonać funkcja f ? Z pewnością powinna wybrać świat, w którym Jan ma ponad 2 m wzrostu i który poza tym różni się minimalnie od świata aktualnego. Powiedzmy zatem, że chodzi o świat z Janem mierzącym $2 + \varepsilon$ metrów, dla pewnej dodatniej liczby wymiernej ε . Na pewno jednak istnieje też świat, w którym Jan ma $2 + \varepsilon/2$ metrów wzrostu, a jako że zależy nam na uzyskaniu jak największego podobieństwa, to powinniśmy preferować właśnie wybór jego. Ale wtedy szybko okaże się, że znajdziemy także świat z Janem mierzącym $2 + \varepsilon/4$ m, następnie świat z Janem mierzącym $2 + \varepsilon/8$ m, i tak dalej. Możemy kontynuować proces wyboru bez końca, ale nigdy nie znajdziemy świata najbardziej podobnego do naszego. Mówiąc słowami Lewisa: „Jeśli coraz to bliższe A -światy ciągną się i ciągną bez końca, to dowolny następnik zachodzi w każdym z najbliższych A -światów, ponieważ żadnego takiego w ogóle nie ma” (LEWIS 1973b, 63)⁹.

Kolejny argument Lewisa był ściślej powiązany z jego własną teorią niż poprzedni. Jak zauważyliśmy, Stalnaker nie dysponował narzędziami umożliwiającymi analizę zdań takich, jak (8'), czyli warunkowych z modalnościami w następniku. Ograniczył się on do reprezentowania wszystkich zdań warunkowych za pomocą tylko jednego symbolu: ' $>$ '. Lewis natomiast, mimo iż badał jedynie zdania kontrfaktyczne, wyróżnił dodatkowy spójnik, który zdefiniował następująco:

$$(\text{def}_{\triangleright}) (A \triangleright B) := \neg(A > \neg B)$$

Zapis ' $A \triangleright B$ ' czytamy 'jeśli byłoby tak, że A , to mogłoby być tak, że B ', a zapis ' $A > B$ ' – jak u Stalnakera dla zdań kontrfaktycznych: 'Jeśli byłoby tak, że A , to byłoby tak, że B '. Spójniki te są wzajemnie definiowalne, dlatego mamy także:

$$(\text{def}_{>}) (A > B) := \neg(A \triangleright \neg B)$$

Dzięki wprowadzeniu tych dwóch spójników, Lewis mógł odróżnić następujące dwa zdania:

- (i) jeśli Jan byłby prawnikiem, to dużo by zarabiał;
Jan jest prawnikiem $>$ Jan dużo zarabia;
- (ii) jeśli Jan byłby prawnikiem, to mógłby dużo zarabiać;
Jan jest prawnikiem $\triangleright$ Jan dużo zarabia.

Nietrudno jest zauważyć, że odróżniając te dwa spójniki, Lewis nawiązał do klasycznych operatorów modalnych: ' $\Diamond$ ' i ' $\Box$ '. Zdanie (i) ma wyrażać pewną

⁹ Tłum. własne.

konieczność, zdanie (ii) natomiast – pewną możliwość. Problem tkwi jednak w tym, że mając ($\text{def}_{\triangleright}$) oraz (CEM) uzyskamy absurdalny wniosek (WILLIAMS 2010, 653; BENNETT 2003, 189):

1. $\Diamond A$	założenie
2. $\Diamond A \supset ((A > B) \supset \neg(A > \neg B))$	(a3)
3. $(A > B) \supset \neg(A > \neg B)$	1, 2, (MP)
4. $(A > B) \vee (A > \neg B)$	(CEM)
5. $\neg(A > \neg B) \supset (A > B)$	4, KLZ
6. $(A > B) \equiv \neg(A > \neg B)$	3, 5, KLZ
7. $(A \triangleright B) \equiv \neg(A > \neg B)$	($\text{def}_{\triangleright}$)
8. $(A > B) \equiv (A \triangleright B)$	6, 7, KLZ

Okazuje się mianowicie, że (CEM) znosi rozsądną i uzasadnioną dystynkcję między ' $\triangleright$ ' a ' $>$ ', które okazują się być równoważne. Konkluzja ta jest absurdalna, ponieważ zdanie (i) z pewnością nie jest równoważne zdaniu (ii).

STALNAKER (1980) oraz WILLIAMS (2010) próbowali bronić (CEM) przed niektórymi przynajmniej zarzutami wysuniętymi przez Lewisa. W tym artykule nie możemy jednak przedstawić tej obrony. Zainteresowanych czytelników odsyłamy więc do dwóch cytowanych przed chwilą prac.

ZAKOŃCZENIE

Na koniec wypada jeszcze postawić następujące pytanie: czy system **C2** rzeczywiście adekwatnie opisuje zdania warunkowe języka naturalnego, jak chciałby jego twórca? Nasza odpowiedź jest negatywna.

W niniejszym artykule przedstawiliśmy szereg racji uzasadniających takie stanowisko. Wskazaliśmy m.in. na problematyczność niektórych tez **C2**, takich jak (CEM) czy (CS); pokazaliśmy także problemy związane z semantyką tego systemu. Wspomniemy ponadto o jednej, problematycznej dla **C2** kwestii. Dotyczy ona naszych intuicji związanych z oceną prawdziwości zdań warunkowych z niemożliwymi poprzednikami, które w literaturze przedmiotu zwykło określać się mianem *kontrmożliwych*. Do zdań tego typu zaliczamy na przykład zdania następujące (SENDLAK 2017, 136):

gdyby istniał okrągły kwadrat, to prawa geometrii byłyby różne od obecnie obowiązujących;

gdyby deszcz padał i nie padał jednocześnie, to istniałyby prawdziwe sprzeczności.

Widzieliśmy, że w **C2** wszystkie zdania warunkowe z niemożliwymi poprzednikami są prawdziwe. Mówiła o tym teza:

$$(t1b) \neg \Diamond A \supset (A > B)$$

Powstaje zatem problem: jeśli istotnie tak jest, to czy bez popadania w sprzeczność za prawdziwe możemy uznać również poniższe zdania:

gdyby istniał okrągły kwadrat, to prawa geometrii **nie** byłyby różne od obecnie obowiązujących;

gdyby deszcz padał i nie padał jednocześnie, to **nie** istniałby prawdziwe sprzeczności.

Wydaje się, że zaakceptowanie wszystkich tych zdań jako prawdziwych stwarza poważny problem dla naszej intuicji.

REFERENCJE

- ADAMS, Ernest. 1970. „Subjunctive and Indicative Conditionals”. *Foundations of Language*, 6 (1): 89–94.
- ADAMS, Ernest. 1988. „Modus Tollens Revisited”. *Analysis* 48(3): 122–128.
- AJDUKIEWICZ, Kazimierz. 1956. „Okres warunkowy a implikacja materialna”. *Studia Logica* 4: 117–134.
- BENNETT, Jonathan. 2003. *A Philosophical Guide to Conditionals*. New York: Oxford University Press.
- CHISHOLM, Roderick. 1946. „The Contrary-to-Fact Conditionals”. *Mind* 55 (220): 289–307.
- EGRÉ, Paul, i HANS Rott. 2021. „The Logic of Conditionals”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/archives/win2021/entries/logic-conditional/>.
- FINTEL, K. von. 2012. „Subjunctive Conditionals”. W: *Routledge Companion to Philosophy of Language*, red. Gillian Russell, i D. Graff Fara, 466–477. New York: Routledge.
- GOODMAN, Nelson. 1947. „The Problem of Counterfactual Conditionals”. *Journal of Philosophy*, 44(5): 113–128.
- GRICE, Paul. 1989. *Studies in the Way of Words*. Cambridge: Harvard University Press.
- JACKSON, Frank. 1979. „On Assertion and Indicative Conditionals”. *The Australasian Journal of Philosophy* 74: 549–567.
- KRATZER, Angelika. 1979. „Conditional Necessity and Possibility”. W: *Semantics From Different Points of View*, red. Rainer Bäuerle, Urs Egli, i Arnim von Stechow, 117–147. Berlin: Springer Verlag.

- KRIPKE, Saul. 1963. „Semantical Analysis of Modal Logic I”. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* 9: 67–96.
- LECHNIAK, Marek. 2011. *Przekonania i zmiana przekonań: analiza logiczna i filozoficzna*. Lublin: Wydawnictwo KUL.
- LEWIS, David. 1973a. *Counterfactuals*. Malden: Blackwell.
- LEWIS, David. 1973b. „Counterfactuals and Comparative Possibility”. *Journal of Philosophical Logic* 2(4): 418–446.
- MACKIE, John Leslie. 1973. *Truth, Probability and Paradox*. Oxford: Oxford University Press.
- NUTE, Donald. 1980. *Topics in Conditional Logic*. Boston: Reidel.
- NUTE, Donald, i CROSS, Charles B. 2002. *Handbook of Philosophical Logic*, t. 4, red. Dov M. Gabbay, i Franz Guenther. Dordrecht: Reidel.
- QUINE, Willard van Orman. 1952. *Methods of Logic*. New York: Harvard University Press.
- RAMSEY, Frank. Paul. 1990. „Law and Causality”, *Philosophical Papers* 140–163.
- SENDLAK, Maciej. 2017. „U podstaw sporu o kontrmożliwe okresy warunkowe”. *Studia Semiotyczne* 31(1): 131–151.
- STALNAKER, Robert. 1968. „A Theory of Conditionals”. W: *Studies in Logical Theory*, red. Nicholas Rescher, 98–112. American Philosophical Quarterly Monographs 2. Oxford: Blackwell.
- STALNAKER, Robert. 1980. „A Defense of Conditional Excluded Middle”. W: *IFS*, red. William L. Harper, Robert Stalnaker, i Glenn Pearce, 87–104. The University of Western Ontario Series in Philosophy of Science 15. Dordrecht: Springer.
- STALNAKER, Robert, i THOMASON Richmond H. 1970. „A semantic analysis of conditional logic”. *Theoria* 36(1): 23–42.
- TWORAK, Zbigniew. 2014. „Logika przekonań warunkowych”. *Filozofia nauki* 22(2): 37–54.
- WILLIAMS, J. Robert G. 2010. „Defending Conditional Excluded Middle”. *Nous* 44(4): 650–668.

STALNAKERA TEORIA ZDAŃ WARUNKOWYCH

Streszczenie

Przedmiotem niniejszego artykułu jest formalna analiza systemu C2 logiki okresów warunkowych Roberta Stalnakera. We wstępnej, pierwszej części pracy pokazano w ogólności, że ujęcie zdania warunkowego z języka naturalnego za pomocą takich spójników logicznych, jak implikacja materialna czy ścisła implikacja Lewisa, nie jest w pełni adekwatne. Część druga została w całości poświęcona szczegółowej analizie systemu C2. Czytelnik znajdzie w niej dowody głównych tez i własności systemu C2, a także formalne przedstawienie semantyki dla bezkwantyfikatorowej wersji tego systemu. W części trzeciej omówione zostały podstawowe argumenty przeciwko „sztandarowej” tezie Stalnakera: tezie (CEM) o tzw. warunkowym wyłączonym środku (ang. *Conditional Excluded Middle*). Poddane krytyce zostały także stosowane przez Stalnakera rozwiązania semantyczne.

Słowa kluczowe: zdania warunkowe; Stalnaker; formalny system C2; język naturalny; semantyka możliwych światów; wyłączony środek dla zdań warunkowych

STALNAKER'S THEORY OF CONDITIONALS

Summary

The subject of the article is a formal analysis of Robert Stalnaker's C2 system of conditional logic. In the introductory, first part of the work, it was shown in general that the treatment of a conditional sentence from a natural language, using such logical connectives as material implication or Lewis' strict implication, is not fully adequate. The second part was entirely devoted to the complex analysis of the C2 system. The reader will find there proofs of the main theses, properties and facts about C2, as well as a formal presentation of the semantics for the quantifier-free version of this system. The third part discusses the basic arguments against Stalnaker's semantics and his famous thesis: *Conditional Excluded Middle*.

Keywords: conditionals; Stalnaker; formal system C2; natural language; possible worlds semantics; *Conditional Excluded Middle*